Übungen zur statistischen Thermodynamik II	**Blatt Nr. 9**

Aufgabe 1: Mit der Bezeichnung $v := V/N$ lautet die van der Waals-Gleichung

$$p(T,v) = -\frac{a}{v^2} + \frac{k_\mathrm{B} T}{v-b} \; .$$

Am kritischen Punkt gelten

$$\left.\frac{\partial p}{\partial v}\right|_T = 0 \; , \quad \left.\frac{\partial^2 p}{\partial v^2}\right|_T = 0 \; .$$

Bestimmen Sie die kritischen Werte v_c, T_c und p_c, und schreiben Sie die van der Waals-Gleichung für die Grössen $p^* := p/p_c$, $T^* := T/T_c$ und $v^* := v/v_c$ an.

Aufgabe 2: Wenn man einen Phasenübergang der ersten Ordnung hat, kann ein System von einer metastabilen nicht direkt in die stabile Phase übergehen, auch wenn die Letztere ein niedrigeres thermodynamisches Potential besitzt. Eine Blase der stabilen Phase verursacht nämlich energetische Kosten, und zwar wegen ihrer Oberflächenspannung. Sei diese mit σ bezeichnet. Drücken Sie die Änderung des thermodynamischen Potentials bei der Blasenbildung (Radius R) als Summe zweier Terme aus (Gewinn aus latenter Wärme L und Kosten aus Oberflächenspannung σ). Wie gross muss R sein, so dass die Blase wächst und nicht kollabiert? Wieviel thermodynamisches Potential (bzw. freie Energie) kostet eine solche kritische Blase?

Aufgabe 3: Das Phasendiagramm des $2d$ Ising-Modells wird normalerweise in der Ebene von der Temperatur $1/\beta$ und dem externen Feld h dargestellt. Sei $M = -\partial F/\partial h$ die Magnetisierung. Wie sieht das Phasendiagramm in der Ebene von $1/\beta$ und M aus? Skizzieren Sie eine Konfiguration mit $T = 0$ und $M = 0$.

$\mathrm{d}E = T\mathrm{d}S - p\,\mathrm{d}V + \mu\,\mathrm{d}N$	$S(E,V,N) = k_B \ln \Omega(E,V,N)$	$E = TS - pV + \mu N,\; J = -pV$
$\mathrm{d}F = -S\,\mathrm{d}T - p\,\mathrm{d}V + \mu\,\mathrm{d}N$	$F(T,V,N) = -k_B T \ln Z(T,V,N)$	$Z = \sum_i \exp(-\beta E_i)$
$\mathrm{d}J = -S\,\mathrm{d}T - p\,\mathrm{d}V - N\mathrm{d}\mu$	$J(T,V,\mu) = -k_B T \ln Y(T,V,\mu)$	$Y = \sum_i \exp(-\beta[E_i - \mu N_i])$
$\mathrm{d}H = T\mathrm{d}S + V\mathrm{d}p + \mu\,\mathrm{d}N$	$(\partial x/\partial y)_z = -(\partial z/\partial y)_x/(\partial z/\partial x)_y$	$S = -k_B \sum_i p_i \ln p_i$
$\mathrm{d}G = -S\,\mathrm{d}T + V\mathrm{d}p + \mu\,\mathrm{d}N$	$\partial S/\partial V\vert_T = \partial p/\partial T\vert_V$	$\partial E/\partial V\vert_T = T\partial p/\partial T\vert_V - p$