Übungen zur statistischen Thermodynamik II	**Blatt Nr. 5**

Aufgabe 1: Berechnen Sie die Geschwindigkeitsmittelwerte $\langle v \rangle$ und $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$ für ein ideales Fermi-Gas bei $T = 0$, und vergleichen Sie diese mit der Fermi-Geschwindigkeit $v_{\mathrm{F}} := p_{\mathrm{F}}/m$.

Aufgabe 2: Die Dichte eines Fermi-Gases sei so hoch, dass $\hbar(N/V)^{1/3} \gg mc$ gilt. Dann sind die meisten Impulse hochrelativistisch, $p \gg mc$, und man kann näherungsweise die Beziehung $\epsilon_p \approx pc$ verwenden. Bestimmen Sie für diesen Fall den Fermi-Impuls und die Fermi-Energie. Welche Energie $E_0(V, N)$ und welchen Druck $p_0(V, N)$ hat das System bei $T = 0$?

Aufgabe 3: Die Elektronen eines Metalls werden als ideales Fermi-Gas betrachtet. In einem äusseren Magnetfeld sind die Einteilchenenergien

$$\epsilon_{\pm} = \epsilon_p \mp \mu_B B \,,$$

wobei das obere Vorzeichen gilt, wenn das magnetische Moment parallel zum Feld ist. Es wird $T \to 0$, $\mu_B B \ll \epsilon_{\mathrm{F}}$ vorausgesetzt. Bestimmen Sie die Magnetisierung $VM(B) = -\partial E/\partial B$. [Das Ergebnis $M(B) \propto B$ wird Paulischer Paramagnetismus genannt.]

$\mathrm{d}E = T\mathrm{d}S - p\,\mathrm{d}V + \mu\,\mathrm{d}N$	$S(E,V,N) = k_B \ln \Omega(E,V,N)$	$E = TS - pV + \mu N$, $J = -pV$
$\mathrm{d}F = -S\,\mathrm{d}T - p\,\mathrm{d}V + \mu\,\mathrm{d}N$	$F(T,V,N) = -k_B T \ln Z(T,V,N)$	$Z = \sum_i \exp(-\beta E_i)$
$\mathrm{d}J = -S\,\mathrm{d}T - p\,\mathrm{d}V - N\mathrm{d}\mu$	$J(T,V,\mu) = -k_B T \ln Y(T,V,\mu)$	$Y = \sum_i \exp(-\beta[E_i - \mu N_i])$
$\mathrm{d}H = T\mathrm{d}S + V\mathrm{d}p + \mu\,\mathrm{d}N$	$(\partial x/\partial y)_z = -(\partial z/\partial y)_x/(\partial z/\partial x)_y$	$S = -k_B \sum_i p_i \ln p_i$
$\mathrm{d}G = -S\,\mathrm{d}T + V\mathrm{d}p + \mu\,\mathrm{d}N$	$\partial S/\partial V\|_T = \partial p/\partial T\|_V$	$\partial E/\partial V\|_T = T\partial p/\partial T\|_V - p$