Übungen zur statistischen Thermodynamik II	**Blatt Nr. 3**

Aufgabe 1: Ein realistischer Ansatz für das Atom-Atom-Potential ist das Lennard-Jones-Potential,

$$U(r) = 4\epsilon\left(\frac{\sigma^{12}}{r^{12}} - \frac{\sigma^6}{r^6}\right) .$$

Skizzieren Sie das Potential. Wo liegen die Nullstellen und das Minimum des Potentials? Berechnen Sie den Virialkoeffizienten $B(T)$ unter Verwendung von $|\beta U(r)| \ll 1$ im attraktiven Bereich des Potentials und von $\exp(-\beta U(r)) \approx 0$ im Bereich $r \le \sigma$. Geben Sie die Parameter a und b der van der Waals-Gleichung an.

Aufgabe 2: Drei Teilchen befinden sich in zwei Niveaus, mit den Energien ϵ_0 und ϵ_1. Es handelt sich um

(a) klassische, unterscheidbare Teilchen,

(b) Bosonen mit Spin 0,

(c) Fermionen mit Spin 1/2.

Geben Sie die jeweiligen Zustandssummen an.

Aufgabe 3:

(a) Leiten Sie

$$(\Delta n_i)^2 = -k_{\mathrm{B}} T \frac{\partial\langle n_i\rangle}{\partial\epsilon_i}$$

für die Schwankung Δn_i der Besetzungszahlen n_i eines idealen Quantengases ab. Dabei steht i für die Quantenzahlen eines Einteilchenzustands.

(b) Bestimmen Sie die relative Schwankung $(\Delta n_i)^2$ für ein Fermi- und Bose-Gas, und drücken Sie das Ergebnis als Funktion von $\langle n_i\rangle$ aus.

$\mathrm{d}E = T\mathrm{d}S - p\,\mathrm{d}V + \mu\,\mathrm{d}N$	$S(E,V,N) = k_B \ln\Omega(E,V,N)$	$E = TS - pV + \mu N,\ J = -pV$
$\mathrm{d}F = -S\,\mathrm{d}T - p\,\mathrm{d}V + \mu\,\mathrm{d}N$	$F(T,V,N) = -k_B T \ln Z(T,V,N)$	$Z = \sum_i \exp(-\beta E_i)$
$\mathrm{d}J = -S\,\mathrm{d}T - p\,\mathrm{d}V - N\mathrm{d}\mu$	$J(T,V,\mu) = -k_B T \ln Y(T,V,\mu)$	$Y = \sum_i \exp(-\beta[E_i - \mu N_i])$
$\mathrm{d}H = T\mathrm{d}S + V\mathrm{d}p + \mu\,\mathrm{d}N$	$(\partial x/\partial y)_z = -(\partial z/\partial y)_x/(\partial z/\partial x)_y$	$S = -k_B \sum_i p_i \ln p_i$
$\mathrm{d}G = -S\,\mathrm{d}T + V\mathrm{d}p + \mu\,\mathrm{d}N$	$\partial S/\partial V\|_T = \partial p/\partial T\|_V$	$\partial E/\partial V\|_T = T\partial p/\partial T\|_V - p$