Übungen zur statistischen Thermodynamik I	**Blatt Nr. 6**

Aufgabe 1: Betrachtet wird die Zustandssumme aus Aufgabe 1 vom Blatt 3:

$$\ln\Omega \approx -N\left\{\left(\frac{1}{2}-\frac{E}{2\mu_B BN}\right)\ln\left(\frac{1}{2}-\frac{E}{2\mu_B BN}\right)+\left(\frac{1}{2}+\frac{E}{2\mu_B BN}\right)\ln\left(\frac{1}{2}+\frac{E}{2\mu_B BN}\right)\right\}.$$

(a) Ermitteln Sie die entsprechende Energie und Magnetisierung, $VM = T\partial S/\partial B$, als Funktion von T und B, d.h. $E(T,B)$ und $M = M(T,B)$.

(b) Skizzieren Sie $M(T,B)$ als Funktion von $1/T$.

Aufgabe 2: Betrachtet wird ein System mit den Energieniveaus $i = 1, ..., N$. Für die Herleitung von statistischen Eigenschaften dieses Systems benutzen wir den „Replika-Trick“: es werden $M-1$ ähnliche Systeme eingeführt, so dass es insgesamt M Systeme gibt. Unter diesen seien n_i im Zustand i; so gilt $\sum_{i=1}^{N} n_i = M$. Wenn Ω die Zustandssumme für das ganze Replica-Ensemble ist, zeigen Sie, dass die Entropie per System als

$$S := \frac{k_B \ln\Omega}{M} = -k_B\sum_i p_i \ln p_i\ , \quad p_i \equiv \frac{n_i}{M}$$

ausgedrückt werden kann. [Diese „Gibbsche Entropie“ wird im Kapitel 3.7 diskutiert.]

Aufgabe 3: Auf Seite 11 des Skripts wurde für ein Photonengas die Beziehung $p = E/(3V)$ hergeleitet. Wir bezeichnen diese Funktion durch $U(T)$, so dass

$$\frac{E(T,V)}{V} = U(T)\ , \quad p(T,V) = \frac{U(T)}{3}\ .$$

(a) Bestimmen Sie hieraus die T-Abhängigkeit der Energiedichte $U(T)$.

(b) Berechnen Sie die Entropie $S(T,V)$ aus dem 1. Hauptsatz.

[Hinweis: $\frac{\partial E}{\partial V}|_T = T\frac{\partial p}{\partial T}|_V - p$.]

$\Longrightarrow$ *Wegen Ostern findet am 2.4. kein Tutorium statt, das ILIAS-Forum ist aber offen.*