

Aufgabe 1: Zwei ideale einatomige Gase [$\ln \Omega \approx N \left(\frac{3}{2} \ln \frac{E}{N} + \ln \frac{V}{N} + \text{const} \right)$] haben beide die Temperatur T , die Teilchenzahl N , und das Volumen V . Die beiden Volumina grenzen aneinander. Die Wand zwischen ihnen wird seitlich herausgezogen, so dass die Gase sich vermischen können. Wie gross ist die Entropieänderung bei diesem Prozess, wenn es sich um

- (a) gleiche Gase
- (b) verschiedene Gase handelt?

Bemerkung: Dass es einen Unterschied in den Antworten gibt, heisst „Gibbsches Paradoxon“. In der quantenmechanischen Beschreibung des Prozesses gibt es aber kein Paradoxon.

Aufgabe 2: Betrachtet wird die Zustandssumme aus Aufgabe 1 vom Blatt 3:

$$\ln \Omega \approx -N \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{E}{2\mu_B BN} \right) \ln \left(\frac{1}{2} - \frac{E}{2\mu_B BN} \right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{E}{2\mu_B BN} \right) \ln \left(\frac{1}{2} + \frac{E}{2\mu_B BN} \right) \right\} .$$

Die inverse Temperature und das chemische Potential können durch $1/T = \partial S / \partial E$, $\mu/T = -\partial S / \partial N$ bestimmt werden. Verifizieren Sie die Gültigkeit der Beziehung

$$E = TS + \mu N .$$

Aufgabe 3: Die Entropie eines schwarzen Loches sei

$$\frac{S}{k_B} = \frac{4\pi GM^2}{\hbar c} .$$

- (a) Bestimmen Sie diese für den Fall einer Sonnenmasse, d.h. $M = 2 \times 10^{30}$ kg. Schätzen Sie ebenfalls die Anzahl von Teilchen in der Sonne, und folglich die Entropie der Sonne (Grössenordnung reicht). Wie ändert sich die Entropie, wenn die Sonne in ein schwarzes Loch kollabiert?
- (b) Wie ändert sich S , wenn 1 kg von Materie ins schwarze Loch eingeworfen wird?

Bemerkung: Die grosse Entropie eines schwarzen Loches ist verwandt mit dem „Informationsparadoxon“. Dies ist ein aktives Forschungsthema in der Theorie der Quantengravitation.