Übungen zur statistischen Thermodynamik I	**Blatt Nr. 2**

Aufgabe 1: Ein Elektron hat Spin $1/2$ und kann zwei Spineinstellungen haben, ↑, ↓. Wir betrachten die Spineinstellungen $s_{z,j}$, $j = 1, \ldots, 6$ von sechs Elektronen mit magnetischem Moment μ_B im Magnetfeld B. Der Mikrozustand i des Systems ist durch die Spineinstellungen $s_{z,j}$, $j = 1, \ldots, 6$ charakterisiert und hat die Energie

$$E_i = 2\mu_B B \sum_{j=1}^{6} s_{z,j}^{(i)} \ .$$

Die Gesamtenergie sei erhalten und habe den Wert $E = 2\mu_B B$. Geben Sie die zugänglichen Mikrozustände des Systems an (Skizze mit ↑, ↓), sowie die entsprechenden p_i.

Aufgabe 2: Betrachtet wird ein Gitter mit N_A Gitterstellen und n_A Teilchen des Typs A ($1 \ll n_A \ll N_A$). Daneben steht ein zweites Gitter, mit N_B Gitterstellen and n_B Teilchen des Typs B ($1 \ll n_B \ll N_B$). Die beiden Teilchen sind „Fermionen", d.h. auf einer Gitterstelle kann sich nur ein einziges Teilchen des gegebenen Typs befinden.

(a) Bestimmen Sie die Zustandssumme für das Gesamtsystem bestehend aus beiden Teilen.

(b) Die Gitter werden kombiniert, d.h. es gibt neu $N = N_A + N_B$ Gitterstellen. Bestimmen Sie die Zustandssumme für diesen Fall.

(c) Welche Zustandssumme ist grösser? Berechnen Sie dazu $\ln(\Omega_{\text{kombiniert}}/\Omega_{\text{separat}})$ unter der Näherung $\ln n! \approx n \ln n - n$.

Aufgabe 3: Wir betrachten ein System, in welchem das Energiespektrum äquidistant ist, d.h. die Energieniveaus verhalten sich wie

$$E_n = n \cdot \varepsilon \ , \quad n = 0, 1, 2, \ldots \ .$$

Vorhanden seien N unterscheidbare Teilchen. Ein Mikrozustand ist charakterisiert durch

$$\{n_1, \ldots, n_N\}, \quad n_a = 0, 1, 2, \ldots \ ,$$

und die Gesamtenergie durch $E = \varepsilon \sum_{a=1}^{N} n_a$. Die vorgegebene Gesamtenergie sei

$$E = M\varepsilon \ .$$

Berechnen Sie die mikrokanonische Zustandssumme für N Teilchen auf der Energieleiter. Beginnen Sie mit den Fällen $N = 1, 2, 3$ und geben Sie dann den allgemeinen Fall an.