Übungen zu Quantenmechanik II	**Blatt Nr. 13**

Aufgabe 1: Induzierte Emission und Absorption. In der Vorlesung wurde eine „Zerfallsrate" für die spontane Emission eines Photons aus einem angeregten Zustand hergeleitet (in der Dipolnäherung):

$$\langle \Gamma_{\rm fi} \rangle = \frac{4\alpha_{\rm em}\omega_{\vec{k}}^3}{3\,c^2 g_i} \sum_{m_i,m_f} |\langle f_A; m_f | \hat{\vec{x}}\, | i_A; m_i \rangle|^2 \ .$$

Wie ändert sich das Ergebnis im Falle

(a) einer induzierten Emission, d.h. es gibt $n_{\vec{k}}$ Photonen im Anfangszustand, $n_{\vec{k}} + 1$ im Endzustand? (Die Besetzungszahl sei unabhängig von der Polarisationszustand.)

(b) einer induzierten Absorption, d.h. es gibt $n_{\vec{k}}$ Photonen im Anfangszustand, $n_{\vec{k}} - 1$ im Endzustand, und das Atom wird durch Absorption angeregt?

Aufgabe 2: Strahlung im Gleichgewicht. Betrachtet wird ein System mit (im Durchschnitt) $N_a = g_a\, e^{-E_a/k_{\rm B}T}$ Atomen im Zustand a (Entartung g_a; Energie E_a), $N_b = g_b\, e^{-E_b/k_{\rm B}T}$ Atomen im Zustand b (Entartung g_b; Energie E_b), sowie $n_{\vec{k}}$ Photonen, mit Energie $E_\gamma = \hbar\omega_{\vec{k}} = E_b - E_a$. Die Prozesse

$$b \leftrightarrow a + \gamma$$

seien im thermischen Gleichgewicht; dies bedeute, dass

$$N_a \,\langle \Gamma_{b \leftarrow a+\gamma} \rangle = N_b \,\langle \Gamma_{b \rightarrow a+\gamma} \rangle$$

gilt. Verwenden Sie diesen Ansatz, zusammen mit den Antworten von Aufgabe 13.1, um die Form der Bose-Einstein-Verteilungsfunktion „herzuleiten". [Antwort: $n_{\vec{k}} = \dfrac{1}{e^{\hbar\omega_{\vec{k}}/k_{\rm B}T} - 1}$.]