

Aufgabe 1: Streuung an einer Kugeloberfläche. Durch

$$V(r) = \frac{\hbar^2 \lambda}{2\mu} \delta(r - R), \quad \lambda > 0,$$

wird eine repulsive Kugeloberfläche beschrieben. Für niedrige Energien ist nur die $l = 0$ Streuwelle relevant. Zeigen Sie hierfür

$$\tan \delta_0(k) = -\frac{\lambda \sin^2(kR)}{k + \frac{\lambda}{2} \sin(2kR)},$$

und skizzieren Sie das Ergebnis als Funktion von k . Bestimmen Sie ebenfalls die Streulänge $a := -\lim_{k \rightarrow 0} [\sin \delta_0(k)/k]$.

Aufgabe 2: Komplex-analytische S-Matrix-Elemente. Eine analytische Fortsetzung von $S_0(k) = \exp(2i\delta_0(k))$ auf die komplexe k -Ebene sei der Form

$$S_0(k) := \frac{\kappa - i\lambda k}{\kappa + i\lambda k}, \quad \kappa, \lambda \in \mathbb{R}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass für $k \in \mathbb{R}$ die Unitaritätsbedingung $|S_0(k)| = 1$ erfüllt ist.
- (b) Bestimmen Sie die Streulänge $a := -\lim_{k \rightarrow 0} [\sin \delta_0(k)/k]$. Welche Beziehung hat diese zur komplex-analytischen Struktur der Funktion $S_0(k)$?