Übungen zu Quantenmechanik II	**Blatt Nr. 2**

Aufgabe 1: Gekoppeltes Zweizustandsystem. Der Hilbert-Raum eines Systems sei von zwei Zuständen, $|a\rangle$ und $|b\rangle$, aufgespannt ($\langle a|b\rangle = 0$), und der Hamilton-Operator sei der Form

$$\hat{H} := |a\rangle\, \alpha\, \langle a| + |b\rangle\, \beta\, \langle b| + \delta\, (|a\rangle\, \langle b| + |b\rangle\, \langle a|)\ , \quad \alpha, \beta, \delta \in \mathbb{R}\ .$$

(a) Bestimmen Sie die Energie-Eigenwerte des Systems, und skizzieren Sie diese als Funktion von β ($0 < \beta < 2\alpha$) für den Fall $\delta = \alpha/10$.

(b) Sei jetzt $\beta = \alpha$. Das System sei bei $t = 0$ im Zustand $|a\rangle$. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird es später im Zustand $|b\rangle$ gefunden?

Aufgabe 2: Harmonischer Oszillator im zeitabhängigen Kraftfeld.

(a) Auf einen 1-dimensionalen harmonischen Oszillator mit Frequenz ω_0 wirke die räumlich homogene zeitabhängige Kraft (nicht das Potential)

$$F(t) = \frac{F_0\, \tau_0^2}{\tau_0^2 + t^2}$$

mit konstanten τ_0 und F_0. Für $t \to -\infty$ sei der Oszillator im Grundzustand $|0\rangle$. Berechnen Sie (zur führenden Ordnung in F_0) die Wahrscheinlichkeit mit der man für $t = +\infty$ den ersten angeregten Zustand $|1\rangle$ vorfindet.
[Hinweis: $\langle n'|\hat{x}|n\rangle = (\hbar/2m\omega_0)^{1/2}(\sqrt{n}\delta_{n',n-1} + \sqrt{n+1}\delta_{n',n+1})$.]

(b) Wiederholen Sie die Aufgabe für den Fall $F(t) = F_0\, e^{-|t|/\tau_0}$. Unter welchen Umständen scheint „Unitarität“ (d.h. Wahrscheinlichkeitserhaltung) verletzt zu sein?