

Quantentheorie II	Übungsblatt Nr. 12
-------------------	--------------------

Aufgabe 1: Drei Elektronen im Atom besetzen die untersten Niveaus:

$$|\Psi\rangle = \hat{A} |1s \uparrow\rangle_1 |1s \downarrow\rangle_2 |2p m \uparrow\rangle_3 ,$$

wobei \hat{A} einen Antisymmetrisierungsoperator bezeichnet. Zeigen Sie, dass dies Eigenzustand zum Gesamtbahndrehimpuls $\hat{\vec{L}} = \hat{\vec{L}}_1 + \hat{\vec{L}}_2 + \hat{\vec{L}}_3$ ist, d.h.

$$\hat{\vec{L}}^2 |\Psi\rangle = 2\hbar^2 |\Psi\rangle , \quad \hat{L}_z |\Psi\rangle = m\hbar |\Psi\rangle .$$

Aufgabe 2: Die Einteilchenwellenfunktionen in einem unendlich tiefen Kastenpotential haben die Form

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) , \quad E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2mL^2} .$$

Betrachtet wird ein System bestehend aus zwei nichtwechselwirkenden Teilchen. Was ist die Energie und die Wellenfunktion des Grundzustandes, wenn die Teilchen

- (a) unterscheidbar sind?
- (b) identische Bosonen sind?
- (c) identische Fermionen sind?

Aufgabe 3: Zwei nicht wechselwirkende Teilchen, jeweils mit der Masse m , befinden sich im eindimensionalen harmonischen Oszillatorpotential. Eines befindet sich im Grundzustand, das andere im ersten angeregten Zustand. Bestimmen Sie

$$\langle (\hat{x}_1 - \hat{x}_2)^2 \rangle$$

für die drei Fälle aus Aufgabe 2.