

Aufgabe 1: Die Lösung des eindimensionalen harmonischen Oszillators,

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2 \hat{x}^2}{2}, \quad \hat{H}_0 |n\rangle = E_{0n} |n\rangle, \quad E_{0n} = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right),$$

sei bekannt. Es wird nun das gestörte System mit dem Hamilton-Operator $\hat{H} = \hat{H}_0 + g\hat{V}$ und der Störung $\hat{V} = \hat{x}^2$ betrachtet. Berechnen Sie hier die Energieverschiebung der ersten Ordnung in der Störungstheorie, und vergleichen Sie mit dem exakten Resultat.

Aufgabe 2: Die Wellenfunktionen und Energie-Eigenwerte in einem unendlich tiefen dreidimensionalen Kastenpotential ($0 < x < L$, $0 < y < L$, $0 < z < L$) haben die Formen

$$\begin{aligned} \psi_{n_x, n_y, n_z}(\vec{r}) &= \left(\frac{2}{L} \right)^{3/2} \sin\left(\frac{n_x \pi x}{L} \right) \sin\left(\frac{n_y \pi y}{L} \right) \sin\left(\frac{n_z \pi z}{L} \right), \\ E_{n_x, n_y, n_z} &= \frac{\pi^2 \hbar^2 (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)}{2m L^2}, \end{aligned}$$

mit $n_x, n_y, n_z \in \mathbb{N}^+$. Der erste angeregte Zustand ist dreifach entartet. Das System werde nun durch das Potential

$$gV := gL^3 \delta(x - L/4) \delta(y - L/2) \delta(z - 3L/4)$$

gestört. Bestimmen Sie die Korrekturen der ersten Ordnung zur Energien der ersten angeregten Zustände.