Quantentheorie II	**Übungsblatt Nr. 10**

Aufgabe 1: Zeigen Sie, dass ein Coulomb-Potential zum sogenannten Virialtheorem führt, d.h. dass

$$\langle \hat{T} \rangle = -\frac{1}{2} \langle V(\hat{\vec{r}}) \rangle$$

gilt, wobei $\hat{T} = \hat{\vec{p}}^{\,2}/2\mu$ der Operator für die kinetische Energie ist.
[Hinweis: Im Energie-Eigenzustand sind Erwartungswerte wie $\langle \hat{\vec{r}} \cdot \hat{\vec{p}} \rangle$ zeitunabhängig. Benutzen Sie das Ehrenfestsche Theorem um diesen Sachverhalt auszudrücken und berechnen Sie den auftauchenden Kommutator.]

Aufgabe 2: Berechnen Sie den Energie-Eigenwert für des Grundzustandes des dreidimensionalen harmonischen Oszillators, d.h. E_0 für das Potential $V(\vec{r}) = \frac{1}{2}\mu\,\omega^2 r^2$.

Aufgabe 3: Für den Grundzustand des dreidimensional harmonischen Oszillators wird die Versuchswellenfunktion

$$\langle \vec{r} | \psi(\alpha) \rangle = A e^{-\alpha r} \ , \quad \alpha > 0 \ ,$$

angesetzt.

(i) Bestimmen Sie A, so dass die Versuchswellenfunktion korrekt normiert ist.

(ii) Was ist die Variationsnäherung für die Grundzustandsenergie?

(iii) Vergleichen Sie mit dem exakten Wert $E_0 = 3\hbar\omega/2$.