Quantentheorie II	**Übungsblatt Nr. 9**

Aufgabe 1: Sei $a := \hbar^2/(\mu e^2)$ der Bohr-Radius, und R_{nl} die Radialfunktion für den Zustand mit Hauptquantenzahl n und Bahndrehimpuls l.

(a) Ausgehend von den Formeln aus der Vorlesung (Kapitel 6.2), bestimmen Sie die normierten Radialfunktionen R_{10}, R_{20}, und R_{21}.

[Antwort: $R_{10} = 2(\frac{Z}{a})^{\frac{3}{2}} \exp(-\frac{Zr}{a})$, $R_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\frac{Z}{a})^{\frac{3}{2}} (1 - \frac{Zr}{2a}) \exp(-\frac{Zr}{2a})$,
$R_{21} = \frac{1}{2\sqrt{6}} (\frac{Z}{a})^{\frac{5}{2}} r \exp(-\frac{Zr}{2a})$.]

(b) Sind diese orthogonal zueinander? Falls nicht, wie soll man dies verstehen?

Aufgabe 2:

(a) Zeigen Sie, dass der Bohr-Radius den wahrscheinlichsten Wert des Elektron-Proton-Abstandes im Grundzustand darstellt, d.h. dass $r^2 R_{10}^2$ für $r = a$ maximal wird.

(b) Bestimmen Sie den minimalen Wert des effektiven Potentials,

$$V_{\text{eff}} = -\frac{e^2}{r} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} ,$$

und vergleichen Sie das Ergebnis mit den bekannten Energie-Eigenwerten des Wasserstoffatoms, E_n. Wie ist die Beziehung $n > l$ in dieser Hinsicht „verständlich"?