Quantentheorie II	**Übungsblatt Nr. 7**

Aufgabe 1: Die u- und d-Quarks haben (insofern elektromagnetische Phänomene vernachlässigt werden können) fast dieselben Eigenschaften. Diese Tatsache führt zu einer (näherungsweisen) SU(2)-Invarianz, welche als Isospin-Symmetrie bezeichnet wird. Wir können u und d als die Zustände $|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\rangle$, $|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\rangle$ identifizieren und die Antiquarks $\bar{u}$, $\bar{d}$ als $|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\rangle$, $-|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\rangle$. Die Pionen bestehen aus je einem Quark sowie Antiquark und besitzen die Isospinidentifikationen $\pi^+ = |1,1\rangle$, $\pi^0 = |1,0\rangle$, sowie $\pi^- = |1,-1\rangle$.

(a) Leiten Sie die folgenden Beziehungen her (ohne Tabelle!):

$$\begin{aligned}
|1,1\rangle &= |\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle\ , \\
|1,0\rangle &= \tfrac{1}{\sqrt{2}}\Big[|\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle + |\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle\Big]\ , \\
|1,-1\rangle &= |\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle\ , \\
|0,0\rangle &= \tfrac{1}{\sqrt{2}}\Big[|\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle - |\tfrac{1}{2},-\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2},\tfrac{1}{2}\rangle\Big]\ .
\end{aligned}$$

(b) Schreiben Sie π^+, π^0, π^- als Linearkombinationen von $u\bar{u}$, $u\bar{d}$, $d\bar{u}$, $d\bar{d}$.

(c) Welchen Isospinwert hat der Zustand $u\bar{u} + d\bar{d}$?

Aufgabe 2: Betrachten Sie nun Zustände mit zwei Pionen, und zwar $|\pi^+\pi^-\rangle$, $|\pi^-\pi^+\rangle$, $|\pi^0\pi^0\rangle$, $|\pi^+\pi^0\rangle$ sowie $|\pi^0\pi^+\rangle$. Schreiben Sie diese Zustände als Linearkombinationen der Zustände $|2,m\rangle$, $|1,m\rangle$ und $|0,0\rangle$. [Hinweis: Hier dürfen Sie die Tabelle der Clebsch-Gordan-Koeffizienten benutzen.]