

**Aufgabe 1:**

- (a) Wie lautet die normierte Kugelflächenfunktion  $Y_{0,0}(\theta, \varphi)$ ?
- (b) Bestimmen Sie  $Y_{1,1}(\theta, \varphi)$  mittels der Gleichung  $\hat{L}_+ Y_{1,1}(\theta, \varphi) = 0$  sowie der Normierungsbedingung (hier ist  $\hat{L}_+ = \hat{L}_1 + i\hat{L}_2$ ). [Antwort:  $Y_{1,1} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\varphi}$ .]
- (c) Ausgehend von  $Y_{1,1}(\theta, \varphi)$  aus Aufgabe (b), benutzen Sie  $\hat{L}_- = \hat{L}_1 - i\hat{L}_2$  um  $Y_{1,0}(\theta, \varphi)$  und  $Y_{1,-1}(\theta, \varphi)$  zu bestimmen.
- (d) Verifizieren Sie, dass Folgendes gilt:  $\hat{L}_- Y_{1,-1}(\theta, \varphi) = 0$ .
- (e) Wie sehen die zu  $Y_{1,\pm 1}$  und  $Y_{1,0}$  gehörigen Wahrscheinlichkeitsdichten aus?

**Aufgabe 2:** Betrachten Sie ein Spin-1/2-Teilchen. Nehmen Sie an, dass das Teilchen sich im Zustand  $|\psi\rangle = \alpha|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle + \beta|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$  befindet, wobei  $\alpha$  und  $\beta$  Konstanten sind. Was ist  $\langle \hat{S}_x^2 \rangle$ , falls in diesem Zustand  $\langle \hat{S}_z \rangle = 0$  gilt?