

Aufgabe 1:

- (a) Wie lautet die normierte Kugelflächenfunktion $Y_{0,0}(\theta, \varphi)$?
- (b) Bestimmen Sie $Y_{1,1}(\theta, \varphi)$ mittels der Gleichung $\hat{L}_+ Y_{1,1}(\theta, \varphi) = 0$ sowie der Normierungsbedingung (hier ist $\hat{L}_+ = \hat{L}_1 + i\hat{L}_2$). [Antwort: $Y_{1,1} = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\varphi}$.]
- (c) Ausgehend von $Y_{1,1}(\theta, \varphi)$ aus Aufgabe (b), benutzen Sie $\hat{L}_- = \hat{L}_1 - i\hat{L}_2$ um $Y_{1,0}(\theta, \varphi)$ und $Y_{1,-1}(\theta, \varphi)$ zu bestimmen.
- (d) Verifizieren Sie, dass Folgendes gilt: $\hat{L}_- Y_{1,-1}(\theta, \varphi) = 0$.
- (e) Wie sehen die zu $Y_{1,\pm 1}$ und $Y_{1,0}$ gehörigen Wahrscheinlichkeitsdichten aus?

Aufgabe 2: Betrachten Sie ein Spin-1/2-Teilchen. Nehmen Sie an, dass das Teilchen sich im Zustand $|\psi\rangle = \alpha|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle + \beta|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$ befindet, wobei α und β Konstanten sind. Was ist $\langle \hat{S}_x^2 \rangle$, falls in diesem Zustand $\langle \hat{S}_z \rangle = 0$ gilt?