

Quantentheorie II Übungsblatt Nr. 4
--

Aufgabe 1: Die Komponenten des Bahndrehimpulsoperators lauten $\hat{L}_i = [\hat{\vec{r}} \times \hat{\vec{p}}]_i = \sum_{j,k} \epsilon_{ijk} \hat{x}_j \hat{p}_k$. Ausgehend von den Vertauschungsrelationen $[\hat{x}_i, \hat{x}_j] = [\hat{p}_i, \hat{p}_j] = 0$, $[\hat{x}_i, \hat{p}_j] = i\hbar \delta_{ij}$, verifizieren Sie die Gültigkeit der Vertauschungsrelationen

(a) $[\hat{L}_j, \hat{L}_k] = i\hbar \epsilon_{jkm} \hat{L}_m$ (mit Einstein-Konvention).

(b) $[\hat{L}^2, \hat{L}_j] = [\hat{r}^2, \hat{L}_j] = [\hat{p}^2, \hat{L}_j] = 0$, für $j = 1, 2, 3$.

Aufgabe 2: Der Hamilton-Operator eines Systems lautet

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\hat{\vec{r}}).$$

In der Quantenmechanik wird ein System „kugelsymmetrisch“ genannt, falls \hat{H} mit allen Generatoren der Drehungen kommutiert, d.h.

$$[\hat{H}, \hat{L}_j] = 0, \quad j = 1, 2, 3.$$

Unter welchen Bedingungen ist dies der Fall?