

**Aufgabe 1:** Die Komponenten des Bahndrehimpulsoperators lauten  $\hat{L}_i = [\hat{\vec{r}} \times \hat{\vec{p}}]_i = \sum_{j,k} \epsilon_{ijk} \hat{x}_j \hat{p}_k$ . Ausgehend von den Vertauschungsrelationen  $[\hat{x}_i, \hat{x}_j] = [\hat{p}_i, \hat{p}_j] = 0$ ,  $[\hat{x}_i, \hat{p}_j] = i\hbar \delta_{ij}$ , verifizieren Sie die Gültigkeit der Vertauschungsrelationen

(a)  $[\hat{L}_j, \hat{L}_k] = i\hbar \epsilon_{jkm} \hat{L}_m$  (mit Einstein-Konvention).

(b)  $[\hat{L}^2, \hat{L}_j] = [\hat{\vec{r}}^2, \hat{L}_j] = [\hat{\vec{p}}^2, \hat{L}_j] = 0$ , für  $j = 1, 2, 3$ .

**Aufgabe 2:** Der Hamilton-Operator eines Systems lautet

$$\hat{H} = \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m} + V(\hat{\vec{r}}) .$$

In der Quantenmechanik wird ein System „kugelsymmetrisch“ genannt, falls  $\hat{H}$  mit allen Generatoren der Drehungen kommutiert, d.h.

$$[\hat{H}, \hat{L}_j] = 0 , \quad j = 1, 2, 3 .$$

Unter welchen Bedingungen ist dies der Fall?