Quantentheorie I	**Übungsblatt Nr. 9**

Aufgabe 1: Seien $\hat{A}, \hat{B}$ zwei Operatoren. Eine Exponentialfunktion mit einem Operator $\hat{A}$ als Argument wird formal durch ihre Taylor-Reihe definiert, d.h.

$$e^{\hat{A}} := \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \hat{A}^n \ .$$

Zeigen Sie, dass für $t \in \mathbb{C}$ gilt:

$$e^{t\hat{A}}\,\hat{B}\,e^{-t\hat{A}} = \hat{B} + t\,[\hat{A},\hat{B}] + \frac{t^2}{2!}\,[\hat{A},[\hat{A},\hat{B}]] + \frac{t^3}{3!}\,[\hat{A},[\hat{A},[\hat{A},\hat{B}]]] + \dots \ .$$

Aufgabe 2: Verifizieren Sie, ausgehend von der Schwarzschen Ungleichung für einen Hilbert-Raum (Aufgabe 8.1), die Gültigkeit der allgemeinen Beziehung (lec 11)

$$\Delta A\,\Delta B \geq \frac{1}{2} |\langle\psi|\,\hat{C}\,|\psi\rangle| \ ,$$

wobei $(\Delta A)^2 \equiv \langle\psi|(\hat{A} - \langle\hat{A}\rangle)^2|\psi\rangle$ und der Operator $\hat{C}$ durch $[\hat{A},\hat{B}] = i\hat{C}$ definiert ist.