Quantentheorie I	**Übungsblatt Nr. 6**

Aufgabe 1: Betrachten Sie das Potential aus Aufgabe 5.1 aber jetzt mit $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} > 0$. Sei weiterhin $\Omega = \frac{\hbar^2 \kappa}{m}$. Berechnen Sie die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten R und T für die Streuung an dem Potential.

[Antwort: $|R|^2 = \dfrac{\kappa^2}{k^2+\kappa^2}$, $|T|^2 = \dfrac{k^2}{k^2+\kappa^2}$.]

Aufgabe 2: In der Vorlesung "lec08" wird die Streuung an einem Kastenpotential diskutiert und ein Ausdruck für den Transmissionskoeffizienten T hergeleitet:

$$T(E) = \left\{1 + \left[\left(\frac{k_0}{k} - \frac{k}{k_0}\right)\frac{\sin kL}{2}\right]^2\right\}^{-1} , \quad k_0 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} , \quad k = \sqrt{\frac{2m(E+V_0)}{\hbar^2}} . \tag{1}$$

(a) Bestimmen Sie, ausgehend von den Anschlussbedingungen aus der Vorlesung, den entsprechenden Reflexionskoeffizienten $R(E)$.

(b) Das Potential sei „umgekippt", d.h. $V_0 \to -V_0$, und es gelte $E \geq V_0$ (bitte skizzieren!). Betrachten Sie den Limes $E \to V_0^+$, uns zeigen Sie, dass $T(V_0^+)$ in der Quantenmechanik endlich bleibt, obwohl das Ergebnis im klassischen Limes ($\hbar \to 0$) verschwindet.

Aufgabe 3: Die Resonanzenergie E_R wird durch die Bedingung $T(E_R) = 1$ definiert. Zeigen Sie, ausgehend von der Funktion in Gleichung (1), dass sich $T(E)$ in der Nähe von $E = E_R$ durch die berühmte Breit-Wigner-Formel

$$T(E) \approx \frac{(\Gamma/2)^2}{(E-E_R)^2 + (\Gamma/2)^2} \tag{2}$$

nähern lässt, wobei Γ eine Konstante ist. In welchem Energiebereich stellt Gleichung (2) eine zuverlässige Näherung von $T(E)$ dar?