

Quantentheorie I Übungsblatt Nr. 3

Aufgabe 1: Durch zwei kleine kreisförmige Öffnungen (an den Orten \vec{r}_i , $i = 1, 2$) soll eine "Materiewelle" auf den im Abstand a befindlichen Schirm fallen. Der Abstand d der Öffnungen voneinander sei klein verglichen mit a ($d \ll a$). Unter der Annahme, dass von jeder der Öffnungen eine Wellenfunktion der Form

$$\psi_i(\vec{r}, t) = N \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_i|-i\omega t}}{|\vec{r}-\vec{r}_i|}$$

ausgeht, berechnen Sie $\rho = |\psi_1 + \psi_2|^2$ entlang der Achse auf dem Schirm, die parallel zur Verbindungslinie der Öffnungen liegt.

Aufgabe 2: Ein eindimensionales System befindet sich in einem normierbaren stationären Zustand, mit der Wellenfunktion

$$\psi(x) = N e^{\frac{ip_0 x}{\hbar}} \varphi(x),$$

mit $\varphi(x) \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass der Erwartungswert des Impulses gleich p_0 ist.

Aufgabe 3: Ein eindimensionales System besitzt eine Wellenfunktion der Form

$$\psi(x) = \frac{N}{x^2 + a^2}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

- (a) Bestimmen Sie die Normierungskonstante N .
- (b) Wie lautet die Wellenfunktion im Impulsraum, $\tilde{\psi}(k)$?
- (c) Berechnen Sie $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\langle p \rangle$, $\langle p^2 \rangle$.