

Quantentheorie I	Übungsblatt Nr. 2
------------------	-------------------

Aufgabe 1: Seien $\phi(k)$ die Fourier-Komponenten eines eindimensionalen gaußschen Wellenpakets,

$$\phi(k) := N e^{-a^2(k-k_0)^2 - ikx_0} .$$

(a) Bestimmen Sie die Wellenfunktion

$$\psi(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk}{2\pi} \phi(k) e^{ikx - \frac{i\hbar k^2 t}{2m}} ,$$

normiert als $\int_{-\infty}^{\infty} dx |\psi(x, t)|^2 = 1$.

[Hinweis: wenn Sie nicht mit komplexer Integration vertraut sind, führen Sie das Integral so durch als wäre i eine reelle Zahl.]

$$\left[\text{Antwort: } \psi = \frac{N}{|N|} \frac{e^{ik_0(x-x_0) - \frac{i\hbar k_0^2 t}{2m}}}{(2\pi a^2)^{1/4} \sqrt{1 + \frac{i\hbar t}{2a^2 m}}} \exp \left\{ -\frac{(x - x_0 - \frac{\hbar k_0 t}{m})^2}{4(a^2 + \frac{i\hbar t}{2m})} \right\} . \right]$$

(b) Zeigen Sie, dass diese die freie Schrödinger-Gleichung erfüllt.

[Hinweis: Fließbach, Kapitel 9.]

Aufgabe 2: Betrachten Sie die eindimensionale Wellenfunktion $\psi(x, t)$ aus Aufgabe 1. Bestimmen Sie für diese (als Funktionen der Zeit) die folgenden Erwartungswerte:

(a) $\langle x \rangle$.

(b) $(\Delta x)^2$.

(c) $\langle p \rangle$.

(d) $(\Delta p)^2$.