Quantentheorie I	**Übungsblatt Nr. 1**

Aufgabe 1: Bei der Compton-Streuung streut ein Photon elastisch an einem Elektron. Seien λ die ursprüngliche, λ' die finale Wellenlänge des Photons sowie θ der Streuwinkel. Benutzen Sie die Energie-Impuls-Erhaltung und die de Broglie-Formeln, um die Beziehung

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$$

herzuleiten. Welchem Frequenzbereich sollte die Strahlung angehören, um einen erheblichen Effekt zu sehen?

Aufgabe 2: Informieren Sie sich über die Formel zur Schwarzkörperstrahlung, ihre Herleitung nach Planck und die Näherungsformeln von Wien und Rayleigh-Jeans. Im Universum existiert eine Schwarzkörperstrahlung, die kosmische Hintergrundstrahlung, die einer Temperatur von etwa 3 K entspricht. Berechnen Sie die Energie eines Photons, das die zu dem Maximum dieser Strahlungsverteilung gehörige Wellenlänge hat.

Aufgabe 3: Man betrachte ein Neutron mit dem Radius 1 fm $= 10^{-13}$ cm. Welche Energie würde man benötigen, um das Innere des Neutrons mit Elektronen zu untersuchen? Welche Geschwindigkeit müssten die Elektronen mindestens haben?

Aufgabe 4: Seien $f(\vec{r})$, $g(\vec{r})$ zwei komplexwertige (quadratisch intergrierbare) Funktionen und $\tilde{f}(\vec{k})$, $\tilde{g}(\vec{k})$ deren Fourier-Transformierte [$f(\vec{r}) = \int \frac{\mathrm{d}^3\vec{k}}{(2\pi)^3}\, \tilde{f}(\vec{k})\, e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$].

(a) Verifizieren Sie die Parsevalsche Gleichung

$$\int \mathrm{d}^3\vec{r}\, f^*(\vec{r}) g(\vec{r}) = \int \frac{\mathrm{d}^3\vec{k}}{(2\pi)^3}\, \tilde{f}^*(\vec{k}) \tilde{g}(\vec{k}) \, .$$

(b) Zeigen Sie, dass gilt:

$$\int \frac{\mathrm{d}^3\vec{k}}{(2\pi)^3}\, \tilde{f}^*(\vec{k})\, \vec{k}\, \tilde{g}(\vec{k}) = \int \mathrm{d}^3\vec{r}\, f^*(\vec{r})(-i\nabla_{\vec{r}}) g(\vec{r}) \, .$$

(c) Zeigen Sie, dass gilt:

$$\int \mathrm{d}^3\vec{r}\, f^*(\vec{r})\, \vec{r}\, g(\vec{r}) = \int \frac{\mathrm{d}^3\vec{k}}{(2\pi)^3}\, \tilde{f}^*(\vec{k})(i\nabla_{\vec{k}}) \tilde{g}(\vec{k}) \, .$$