

Aufgabe 1: Berechnen Sie das Integral

$$\oint_{\partial\Delta} \frac{dz e^{-z}}{z^3 + 2z^2 - 3z - 10} ,$$

wobei Δ das Dreieck mit den Ecken $+i$, $-i$ und 3 ist, und $\partial\Delta$ seinen Rand bezeichnet. Der Rand soll gegen den Uhrzeigersinn umlaufen werden. [Hinweis: Eine der Nennernullstellen liegt bei $z = 2$. Führen Sie eine Partialbruchzerlegung durch.]

Aufgabe 2: Berechnen Sie das folgende Integral als Integral auf dem Einheitskreis in der komplexen Ebene:

$$\int_0^{2\pi} \frac{dt}{a + \sin t} , \quad |a| > 1 .$$

[Hinweis: Benutzen Sie $z = e^{it}$ als Integrationsvariable.]

Aufgabe 3: Zeigen Sie, das Folgendes gilt:

$$\left| \int_{\gamma} dz f(z) \right| \leq |f|_{\max} L ,$$

wobei $|f|_{\max}$ den maximalen Betrag von $f(z)$ längs γ bezeichnet, und L die Gesamtlänge der Kontur ist. [Hinweis: Bedienen Sie sich der Dreiecksungleichung.]