

1. Einleitung

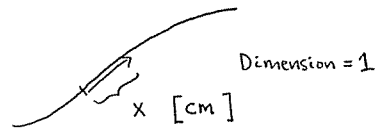
1.1 Koordinaten, Raumkurven, Felder [Lang & Pucker, Anhang A]

Die Physik beschreibt Phänomene, die in einem Raum stattfinden. Um die Ereignisse zu charakterisieren, brauchen wir Koordinaten (d.h. eine Karte). Falls die Koordinaten kontinuierlich sind, besitzt der Raum u.a.:

* eine Dimension, d.h. Zahl der unabhängigen Koordinaten.

Zum Beispiel:

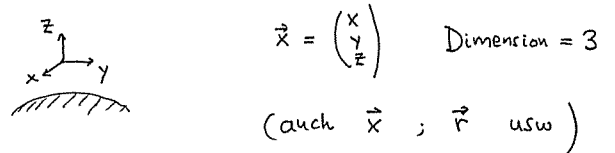
(i) ein dünner Draht



(ii) eine Oberfläche



(iii) die Atmosphäre

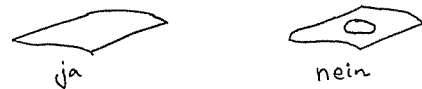


* eine Topologie, z.B.

(i) zusammenhängend



(ii) einfach zusammenhängend



* eine Größe, z.B.

(i) endlich: $\max(d(\vec{x}, \vec{y})) < \infty$
Distanz von \vec{x} und \vec{y}

(ii) unendlich: $\forall \delta > 0 \exists \vec{x}, \vec{y}$ so dass $d(\vec{x}, \vec{y}) > \delta$.
für alle existieren

* möglicherweise Oberflächen, z.B.

	$x \in [x_a, x_b] := \{x \in \mathbb{R} \mid x_a \leq x \leq x_b\}$	\Rightarrow ja
	$x \in]x_a, x_b[:= \{x \in \mathbb{R} \mid x_a < x < x_b\}$	\Rightarrow nein
	Kreis	\Rightarrow nein

Die Koordinaten brauchen aber nicht unbedingt kontinuierlich zu sein:

ein Gitter: (z.B. ein Kristall)

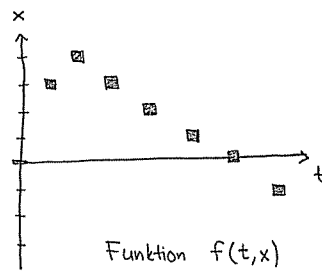
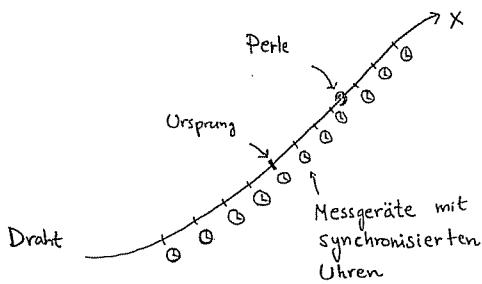
In unserem Raum sind verschiedene physikalische Objekte zu finden.

In der klassischen Physik sind diese entweder Massenpunkte (z.B. Sauerstoffmoleküle) oder Felder (z.B. Temperatur, elektrisches Feld).

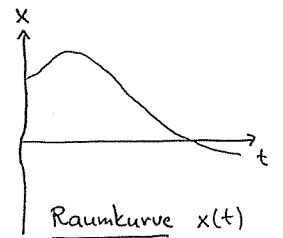
Mathematisch werden die Objekte durch Funktionen, d.h. Abbildungen von Koordinaten auf messbare Größen, dargestellt. Hier ist zu verstehen, dass auch die Zeit (oft mit "t" bezeichnet) als Koordinate betrachtet werden kann.

Massenpunkte: "messbar" ist, ob der da ist oder nicht!

Sei $f = 1 = "$ ■" falls da; $f = 0 = "$ □" falls nicht.

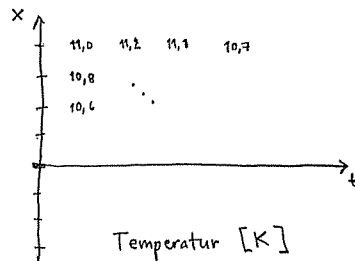
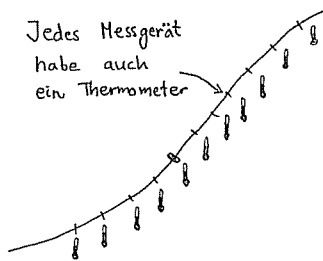


"Kontinuumlimes"

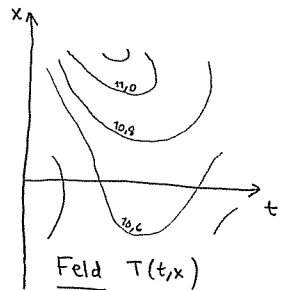


Felder:

messbar ist zum Beispiel die Temperatur für alle t, x :



"Kontinuumlimes"



Die Messwerte können verschiedenen Zahlenmengen angehören, z.B.

$f \in \{0, 1\}$ (wie oben)

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ (Zahl der Moleküle in mm^3)

$\mathbb{Z} = \{0, +1, -1, +2, -2, \dots\}$ (Gesamtladung in Einheiten von Elektronladung in mm^3)

$\mathbb{Q} = \{p/q, p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0\}$ (Bruchteil der Ferromagnete, die nach oben zeigen)

$\mathbb{R} = \{\text{reelle Zahlen}\}$ (Temperatur)

$\mathbb{R}^3 = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in \mathbb{R}\}$ (elektrisches Feld)

$\mathbb{C} = \{\text{komplexe Zahlen}\}$ (vielleicht etwas in der Quantenmechanik)

oft auch $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$

