

Übungen zu Mechanik I Blatt Nr. 11

[Tutorien 16.5. und 20.5., Abgabe 23.5.]

Der Viererimpuls eines Teilchens mit Ruhemasse m und Geschwindigkeit \vec{v} beträgt $P := (E/c, \vec{p}) = m\gamma(c, \vec{v})$, wobei $\gamma := 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$, $v := |\vec{v}|$. In einem abgeschlossenen System bleibt der Gesamtviererimpuls erhalten: $\sum_i P_i = \text{konstant}$.

Aufgabe 1:

- (a) Bestimmen Sie die Energie eines Teilchens von Ruhemasse m als Funktion des Impulses $p = |\vec{p}|$: $E = E(p, m)$. (2 Punkte)
- (b) Für $v \ll c$ kann E als Taylor-Reihe in $p/(mc)$ entwickelt werden. Bestimmen Sie die Terme bis zur Ordnung p^4 . (2 Punkte)
- (c) Für $v \approx c$ kann E als Taylor-Reihe in mc/p entwickelt werden. Bestimmen Sie die Terme bis zur Ordnung $1/p$. (2 Punkte)

Aufgabe 2:

- (a) Ein ruhendes Teilchen der Masse M zerfällt in zwei Teilchen mit Massen m_1, m_2 . Zeigen Sie, dass aus der relativistischen Energie-Impulserhaltung folgt, dass $M \geq m_1 + m_2$ gelten muss. (3 Punkte)
- (b) Erläutern Sie mit Hilfe von Energie- und Impulserhaltung, weshalb der Prozess $\gamma + e^- \rightarrow e^-$ (ein Elektron absorbiert ein Photon und nimmt dessen Impuls und Energie auf) nicht möglich ist. Wie steht es mit dem Prozess $e^- \rightarrow e^- + \gamma$? (3 Punkte)

Aufgabe 3: Zerfall eines ruhenden Teilchens. Ein Λ -Teilchen zerfällt als $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$. Berechnen Sie die Energien (in MeV) und Impulse (in MeV/c) der beiden Zerfallsprodukte. [Hinweis: $m_\Lambda c^2 = 1115.7$ MeV, $m_p c^2 = 938.3$ MeV, $m_{\pi^-} c^2 = 139.6$ MeV.] (6 Punkte)

Aufgabe 4: Am LHC-Beschleuniger am CERN lässt man Protonen auf Protonen zentral kollidieren. Beide Protonen ($m_p c^2 = 938.3$ MeV) haben dieselbe Geschwindigkeit.

- (a) Wie gross muss die Geschwindigkeit mindestens sein, damit ein ruhendes Higgs-Teilchen mit Masse $m_H c^2 = 125$ GeV erzeugt werden kann? (2 Punkte)
- (b) Wie nah an Lichtgeschwindigkeit sind die Geschwindigkeiten beider Protonen in einer Kollision, in der die Energien jeweils 13 TeV betragen? (2 Punkte)
- (c) In einer Kollision wie im Punkt (b) können im Prinzip auch mehrere Higgs-Teilchen erzeugt werden. Wenn es zwei sind, welche sind ihre Geschwindigkeiten? (2 Punkte)