

Übungen zu Mechanik I Blatt Nr. 10

[Tutorien 9.5. und 13.5., Abgabe 16.5.]

Aufgabe 1: Lebensdauer von Myonen. Myonen werden in einer Höhe von etwa $h \approx 30$ km durch kosmische Strahlung erzeugt. In ihrem Ruhssystem haben die Myonen eine Lebensdauer $\tau \approx 2 \times 10^{-6}$ s. Trotz ihrer kurzen Lebensdauer ($c\tau \approx 600$ m) erreichen die Myonen zum grössten Teil die Erdoberfläche.

- (a) Benutzen Sie die Formeln der Zeitdilatation, um zu bestimmen, wie gross die Abweichung $\epsilon = (c - v)/c \ll 1$ der Geschwindigkeit der Myonen von der Lichtgeschwindigkeit höchstens sein darf, damit sie die Erdoberfläche erreichen. (3 Punkte)
- (b) Was misst ein Beobachter im Ruhssystem des Myons für die Höhe h ? Benutzen Sie diese Information, um ebenfalls die Frage im Punkte (a) zu beantworten. (3 Punkte)

Aufgabe 2:

- (a) Ein Stab der Ruhelänge L' schliesst in seinem Ruhesystem Σ' mit der x' -Achse den Winkel θ' ein. Σ' bewegt sich bzgl. Σ mit der Geschwindigkeit $\vec{u} = u \vec{e}_x$. Welche Stablänge L und welchen Winkel θ zur x -Achse misst der Beobachter in Σ ? (3 Punkte)
- (b) Im Ursprung $\vec{x}' = 0$ von Σ' befindet sich eine Lichtquelle, die zur Zeit $t = t' = 0$ unter dem Winkel θ' zur x' -Achse einen kurzen Lichtblitz aussendet. Unter welchem Winkel θ zur x -Achse sieht der Beobachter in Σ den Lichtblitz? (3 Punkte)

Aufgabe 3: Betrachten Sie zwei Lorentz-Transformationen Λ_1 und Λ_2 . Die erste transformiert vom Inertialsystem Σ zu Σ_1 , welches sich relativ zum Σ mit $\vec{u}_1 = u_1 \vec{e}_x$ bewegt, die zweite von Σ_1 zu Σ_2 , welches sich relativ zum Σ_1 mit $\vec{u}_2 = u_2 \vec{e}_x$ bewegt, d.h.

$$\Sigma \xrightarrow{u_1} \Sigma_1 \xrightarrow{u_2} \Sigma_2 .$$

Zeigen Sie, dass die zusammengesetzte Transformation $\Sigma \rightarrow \Sigma_2$ wieder eine Lorentz-Transformation ist, indem Sie die zugehörigen Matrizen miteinander multiplizieren. Was ist die entsprechende Boostgeschwindigkeit? (6 Punkte)

[Hinweis: Das Problem kann am einfachsten mit Hilfe von Rapiditäten gelöst werden, vgl. Aufgabe 9.3. Zeigen Sie zunächst, dass $\cosh(x + y) = \sinh x \sinh y + \cosh x \cosh y$ und $\sinh(x + y) = \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y$ gelten.]

Aufgabe 4: Zwillingsparadoxon. Zwillingschwestern machen einen „Raumflug“ in die x -Richtung (Schwerkraft wird vernachlässigt). Die eine kehrt früher zurück als die andere. Die Beschleunigungen in der Startphase, bei der Umkehr und bei der Landung seien exakt dieselben. Die Geschwindigkeit während der Reise sei v (d.h. $+v\vec{e}_x$ bei der Hinreise und $-v\vec{e}_x$ bei der Rückreise) und die Zeit bis zur Rückkehr an den Ausgangspunkt sei t_F für die kürzere und $2t_F$ für die längere Reise. Berechnen Sie den Altersunterschied und zeigen Sie, dass die später zurückkehrende Zwillingschwester jünger sein wird als ihre Schwester. (6 Punkte)