Übungen zu Mechanik I	**Blatt Nr. 7**

[Tutorien 11.4. und 14.4., Abgabe 29.4.]

Aufgabe 1: Ein gedämpfter Oszillator hat die Bewegungsgleichung $\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x = f(t)$ mit $\lambda < \omega_0$. Der Oszillator ruht in seiner Gleichgewichtslage: $x(0) = \dot{x}(0) = 0$. Dann bekommt er einen Kraftstoss $f(t) = v_0/T$, $0 \le t \le T$; für $t > T$ ist wieder $f(t) = 0$.

(a) Bestimmen Sie die Auslenkung $x(t)$. (3 Punkte)

(b) Diskutieren Sie den Grenzfall $T \to 0$, und skizzieren Sie hierfür die Lösung. (3 Punkte) [Antwort: $x(t) = v_0 \sin(w_0 t)\exp(-\lambda t)/w_0$, $w_0 = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$. Hinweis: Diese Aufgabe kann auch unabhängig vom Punkt (a) gelöst werden.]

Aufgabe 2: Betrachtet wird ein Elektron im konstanten Magnetfeld $\vec{B} = B\vec{e}_z$. Die zugehörige Bewegungsgleichung lautet

$$m_e \ddot{\vec{r}}(t) = e\,\dot{\vec{r}} \times \vec{B}\ .$$

Lösen Sie diese Gleichungen mittels folgender Schritte:

(a) Zeigen Sie, dass mit $\vec{r}(t)$ auch $\vec{r}(t) + \vec{a}$ eine Lösung ist. (1 Punkt)

(b) Schreiben Sie die Bewegungsgleichungen komponentenweise und lösen Sie diejenige für die dritte Komponente. (1 Punkt)

(c) Nehmen Sie $x_1(t) = \alpha\sin(\omega t + \beta)$ als Ansatz, mit $\omega = eB/m_e$, und lösen Sie die entstehende Gleichung für $x_2(t)$. (1 Punkt) [Hier $\vec{r} := \sum_{i=1}^{3} x_i \vec{e}_i$.]

(d) Vergewissern Sie sich, dass nun alle 3 Differenzialgleichungen gelöst sind. (1 Punkt)

(e) Wieviele Integrationskonstanten sind vorhanden? (1 Punkt).

(f) Skizzieren Sie die Bahnkurve. (1 Punkt)

Aufgabe 3: Betrachtet wird ein System von vier harmonischen Oszillatoren, mit dem Potential

$$U(x_1, x_2, x_3, x_4) := \frac{m}{2}\omega^2 \Big[(x_1 - x_4)^2 + (x_4 - x_3)^2 + (x_3 - x_2)^2 + (x_2 - x_1)^2\Big]\ .$$

(a) Bestimmen Sie die Kreisfrequenzen der unabhängigen Normalschwingungen (3 Punkte). [Antwort: $\{0, \sqrt{2}\omega, \sqrt{2}\omega, 2\omega\}$.]

(b) Skizzieren Sie die Normalschwingungen in den ursprünglichen Koordinaten (3 Punkte).

Aufgabe 4: Ein Ende einer Feder sei fest am Ursprung angebracht, am anderen Ende sei eine Masse m befestigt. Die Ruhelänge der Feder sei l_0, die Federkonstante sei k. Die Masse bewege sich reibungsfrei in einer horizontalen Ebene.

(a) Betrachten Sie eine Bewegung mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω. Welche Länge hat die Feder dabei? (3 Punkte)

(b) Betrachten Sie jetzt kleine Abweichungen von dieser Bewegung. Die Länge der Feder weiche um die kleine Grösse $h(t)$ von der Länge aus (a) ab. Bestimmen Sie die Eigenkreisfrequenz der kleinen Schwingungen. (3 Punkte)