

Übungen zu Mechanik I Blatt Nr. 6
--

[Tutorien 8.4. und 11.4., Abgabe 14.4.]

Aufgabe 1: Gegeben seien zwei Körper (Massen m_1 und m_2), die sich via Gravitation anziehen. Betrachtet wird gebundene Bewegung. Zur Zeit $t = 0$ sei der Abstand ρ minimal, d.h. $\rho = \rho_{\min}$.

- (a) Wie gross darf der Betrag der Relativgeschwindigkeit zu diesem Zeitpunkt maximal sein, damit das System tatsächlich gebunden ist? (2 Punkte) [Diese Geschwindigkeit wird im Folgenden v_{crit} genannt.]
- (b) Zur Zeit $t = 0$ sei nun die Relativgeschwindigkeit $\frac{3}{4} v_{\text{crit}}$, und der Relativabstand nach wie vor ρ_{\min} . Im Laufe der Bewegung wird sich der Relativabstand ändern. Was ist der maximale mögliche Abstand ρ_{\max} ? Wann wird der Abstand zum ersten Mal maximal? Wie gross ist dort die Relativgeschwindigkeit? (4 Punkte)

Aufgabe 2 (Rutherford-Streuung): Streuung im Zentralpotential $U(r) = -\alpha/r$.

- (a) Zeigen Sie, dass ein einzelnes Teilchen der Masse μ , der Energie $E > 0$ und des Stossparameters b in diesem Potential um den Winkel θ mit

$$\tan(\theta/2) = |\alpha|/(2Eb)$$

abgelenkt wird. Berechnen Sie daraus den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$, und skizzieren Sie das Ergebnis. (3 Punkte)

- (b) Betrachten Sie zwei Körper mit Massen $m_1 < m_2$, die aneinander durch ihre gravitative Wechselwirkung streuen. Skizzieren Sie ein Beispiel für mögliche Bahnen beider Körper in einem Koordinatensystem, in dem der Schwerpunkt am Ursprung ruht. (3 Punkte)

Aufgabe 3: (jeweils 3 Punkte)

- (a) Berechnen Sie den Trägheitstensor eines homogenen Quaders mit Kantenlängen a , b und c und Masse M in einem Koordinatensystem mit Ursprung im Schwerpunkt und Achsen parallel zu den Kanten des Quaders.
- (b) Berechnen Sie die Hauptträgheitsmomente und Hauptträgheitsachsen des Trägheitstensors

$$\Theta = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ kg m}^2.$$

Aufgabe 4: Ein homogener (voller) Zylinder und eine homogene Vollkugel mit Radius R und Masse M rollen eine schiefe Ebene der Länge l und mit Neigungswinkel α hinab. Berechnen Sie jeweils das Trägheitsmoment, und bestimmen Sie die Laufzeit aus Energie-Erhaltung. Vergleichen Sie mit der Laufzeit eines reibungsfrei gleitenden Körpers der Masse M . (6 Punkte)