

Übungen zu Mechanik I <b>Blatt Nr. 6</b>
--

[ Tutorien 8.4. und 11.4., Abgabe 14.4. ]

**Aufgabe 1:** Gegeben seien zwei Körper (Massen  $m_1$  und  $m_2$ ), die sich via Gravitation anziehen. Betrachtet wird gebundene Bewegung. Zur Zeit  $t = 0$  sei der Abstand  $\rho$  minimal, d.h.  $\rho = \rho_{\min}$ .

- (a) Wie gross darf der Betrag der Relativgeschwindigkeit zu diesem Zeitpunkt maximal sein, damit das System tatsächlich gebunden ist? (2 Punkte) [Diese Geschwindigkeit wird im Folgenden  $v_{\text{crit}}$  genannt.]
- (b) Zur Zeit  $t = 0$  sei nun die Relativgeschwindigkeit  $\frac{3}{4} v_{\text{crit}}$ , und der Relativabstand nach wie vor  $\rho_{\min}$ . Im Laufe der Bewegung wird sich der Relativabstand ändern. Was ist der maximale mögliche Abstand  $\rho_{\max}$ ? Wann wird der Abstand zum ersten Mal maximal? Wie gross ist dort die Relativgeschwindigkeit? (4 Punkte)

**Aufgabe 2 (Rutherford-Streuung):** Streuung im Zentralpotential  $U(r) = -\alpha/r$ .

- (a) Zeigen Sie, dass ein einzelnes Teilchen der Masse  $\mu$ , der Energie  $E > 0$  und des Stossparameters  $b$  in diesem Potential um den Winkel  $\theta$  mit

$$\tan(\theta/2) = |\alpha|/(2Eb)$$

abgelenkt wird. Berechnen Sie daraus den differentiellen Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega$ , und skizzieren Sie das Ergebnis. (3 Punkte)

- (b) Betrachten Sie zwei Körper mit Massen  $m_1 < m_2$ , die aneinander durch ihre gravitative Wechselwirkung streuen. Skizzieren Sie ein Beispiel für mögliche Bahnen beider Körper in einem Koordinatensystem, in dem der Schwerpunkt am Ursprung ruht. (3 Punkte)

**Aufgabe 3:** (jeweils 3 Punkte)

- (a) Berechnen Sie den Trägheitstensor eines homogenen Quaders mit Kantenlängen  $a$ ,  $b$  und  $c$  und Masse  $M$  in einem Koordinatensystem mit Ursprung im Schwerpunkt und Achsen parallel zu den Kanten des Quaders.
- (b) Berechnen Sie die Hauptträgheitsmomente und Hauptträgheitsachsen des Trägheitstensors

$$\Theta = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ kg m}^2.$$

**Aufgabe 4:** Ein homogener (voller) Zylinder und eine homogene Vollkugel mit Radius  $R$  und Masse  $M$  rollen eine schiefe Ebene der Länge  $l$  und mit Neigungswinkel  $\alpha$  hinab. Berechnen Sie jeweils das Trägheitsmoment, und bestimmen Sie die Laufzeit aus Energie-Erhaltung. Vergleichen Sie mit der Laufzeit eines reibungsfrei gleitenden Körpers der Masse  $M$ . (6 Punkte)