

Übungen zu Mechanik I      **Blatt Nr. 3**

[ Tutorien 14.3. und 21.3., Abgabe 25.3. ]

**Aufgabe 1:** Betrachtet werden Teilchen mit elektrischen Ladungen  $Q_a$ . Die Coulomb-Kraft, die die anderen Teilchen auf das Teilchen  $a$  ausüben, sei

$$\vec{F}_a = \sum_{b \neq a} \frac{Q_a Q_b (\vec{r}_a - \vec{r}_b)}{|\vec{r}_a - \vec{r}_b|^3}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass es um eine konservative Kraft handelt. (3 Punkte)
- (b) Bestimmen Sie ein Potential  $U$  mit der Eigenschaft  $\vec{F}_a = -\nabla_a U$ , wobei  $\nabla_a$  den Gradienten bzgl.  $\vec{r}_a$  bezeichnet. (3 Punkte)

**Aufgabe 2:** Ein Seil der Länge  $L$  rutscht von einer Tischplatte auf den Boden. Anfänglich hängt ein Seilstück der Länge  $a$  von der Tischkante herunter. Wir vernachlässigen jegliche Reibung und nehmen an, dass das Seil beliebig flexibel ist.

- (a) Welche Bewegungsgleichung erfüllt das Seilende? (2 Punkte)
- (b) Ermitteln Sie die allgemeine Lösung. (2 Punkte)
- (c) Was ist die spezielle Lösung für den Fall, dass das Seil am Anfang ruht? (2 Punkte)

Die folgenden Aufgaben sollen mittels eines Programmes gelöst werden (freie Wahl).

**Aufgabe 3:** Betrachtet wird die Differenzialgleichung

$$\ddot{\alpha}(t) = -\kappa \sin \alpha(t), \quad \kappa > 0, \tag{1}$$

mit der Anfangsbedingung  $\alpha(0) = 0.999\pi, \dot{\alpha}(0) = 0$ .

- (a) Drücken Sie die Differenzialgleichung als ein gekoppeltes System zweier Differenzialgleichungen 1. Ordnung aus. (2 Punkte)
- (b) Plotten Sie die numerische Lösung für  $t\sqrt{\kappa} \in (0, 100)$ . (4 Punkte)

**Aufgabe 4:** Die Lösung der Differenzialgleichung (1) kann mittels Energieerhaltung als

$$t = \pm \int_{\alpha(0)}^{\alpha(t)} \frac{d\alpha'}{\sqrt{2[E + \kappa \cos(\alpha')]}}$$

ausgedrückt werden. Das Vorzeichen hängt davon ab, ob  $\dot{\alpha} > 0$  oder  $\dot{\alpha} < 0$  gilt.

- (a) Wie soll  $E$  gewählt werden, um die Anfangsbedingung  $\dot{\alpha}(0) = 0$  zu erfüllen? (2 Punkte)
- (b) Bestimmen Sie numerisch die Periode der Schwingbewegung für den Fall  $\alpha(0) = 0.999\pi$ , und vergleichen Sie mit Aufgabe 3. (4 Punkte)