Übungen zur Elementarteilchenphysik	**Blatt Nr. 11**	12.01.2005

[Mo 17.01.2005, 08:30, D6-135 / Di 18.01.2005, 12:15, V2-210]

Aufgabe 1: Betrachten Sie das Integral

$$A(m,\Lambda) \equiv \int_{|\bar{r}|<\Lambda} \frac{\mathrm{d}^3\bar{r}}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}r_0}{(2\pi)} \, \frac{1}{R^2 - m^2 + i\varepsilon} \, ,$$

wobei $\varepsilon = 0^+$. Wie verhält sich $A(m,\Lambda)$ für $\Lambda \gg m$?

Aufgabe 2: Betrachten Sie nun

$$B(m,Q,\Lambda) \equiv \int_{|\bar{r}|<\Lambda} \frac{\mathrm{d}^3\bar{r}}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}r_0}{(2\pi)} \, \frac{1}{[R^2 - m^2 + i\varepsilon] \; [(Q+R)^2 - m^2 + i\varepsilon]} \, ,$$

wobei wiederum $\varepsilon = 0^+$. Wie verhält sich $B(m,Q,\Lambda)$ für $\Lambda \gg m, q_0, |\bar{q}|$?

Hinweis: Sollte Ihnen diese Aufgabe so zu schwer fallen, können Sie $Q^2 \ll m^2$ annehmen und eine Taylor-Entwicklung in Q^2 durchführen.

Aufgabe 3: Angenommen die Felder $\hat{\phi}$ und $\hat{A}_\mu$ transformieren unter Eichtransformationen gemäß

$$\begin{aligned} \hat{A}_\mu(x) \;&\rightarrow\; \hat{A}'_\mu(x) = \hat{A}_\mu(x) + \frac{1}{e}\,\partial_\mu\,\alpha(x)\,, \\ \hat{\phi}(x) \;&\rightarrow\; \hat{\phi}'(x) = e^{i\alpha(x)}\,\hat{\phi}(x)\,. \end{aligned}$$

Zeigen Sie, daß dann

$$\hat{\mathcal{L}} \equiv (\hat{D}_\mu\hat{\phi})^\dagger\,(\hat{D}^\mu\hat{\phi})$$

mit $\hat{D}_\mu \equiv \partial_\mu - ie\hat{A}_\mu$ eichinvariant ist.

Aufgabe 4: Eine allgemeine $SU(2)$-Transformation kann als $\hat{\Phi} \rightarrow \hat{\Phi}' = U\hat{\Phi}$ geschrieben werden mit

$$U = \mathbb{1}_{2\times 2}\cdot\cos|\theta| + i\,\sigma^a\,\frac{\theta^a}{|\theta|}\cdot\sin|\theta| \qquad \text{sowie} \qquad |\theta| \equiv \left(\sum_{a=1}^{3}\theta^a\theta^a\right)^{1/2} .$$

Hier sind σ^a mit $a = 1,2,3$ die Pauli-Matrizen. Wie transformiert sich $\hat{\tilde{\Phi}} \equiv i\sigma^2\hat{\Phi}^*$?

Aufgabe 5: Die Felder $\hat{Q}'_{1L}$, $\hat{\Phi}$, $\hat{u}_R$, $\hat{d}_R$ haben jeweils die Hyperladungen $-1/6$, $-1/2$, $-2/3$ und $1/3$. Zeigen Sie, daß sowohl

$$\hat{\bar{Q}}'_{1L}\,\hat{\tilde{\Phi}}\,\hat{u}_R \qquad \text{als auch} \qquad \hat{\bar{Q}}'_{1L}\,\hat{\Phi}\,\hat{d}_R$$

invariant bezüglich der Hyperladungs-Eichsymmetrie $U(1)_Y$ sind.