7. Schwache Wechselwirkungen

Im Gegensatz zu elektromagnetischen und starken Wechselwirkungen, haben wir zur Zeit noch keine völlig "geschloßene" Theorie für die schwachen Wechselwirkungen. Jedoch sind viele "Elemente" der richtigen Theorie schon bekannt, und wir werden diese nun betrachten.

Die schwachen Wechselwirkungen sind insbesondere dadurch geprägt, daß sie viele Zerfälle verursachen, die laut QED oder QCD nicht passieren sollten. Dies hängt mit Symmetrien und Erhaltungssätzen innerhalb verschiedener Theorien zusammen.

7.1 Symmetrien und Erhaltungssätze (eine kurze Zusammenfassung)

Es gibt einen tiefgreifenden Zusammenhang von Symmetrien und Erhaltungssätzen, bekannt als das Noether-Theorem:

Symmetrien der Lagrange-Dichte $\leftrightarrow$ Erhaltungssätze.

Zum Beispiel: Invarianz unter zeitlichen und räumlichen Translationen $\leftrightarrow$ Energie-Impuls-Erhaltung.

Statt das Theorem zu beweisen, betrachten wir ein Beispiel, die Leptonzahlerhaltung in der QED.

S. 49: $$\hat{\mathcal{L}}_I = e\,\hat{\bar{\Psi}}\gamma^\mu \hat{A}_\mu \hat{\Psi}.$$

Invarianz | Symmetrie:
$$\hat{\Psi} \to \hat{\Psi}' \equiv e^{i\alpha}\hat{\Psi}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$
$$\hat{\bar{\Psi}} \to \hat{\bar{\Psi}}' \equiv e^{-i\alpha}\hat{\bar{\Psi}}$$
$$\hat{A}_\mu \to \hat{A}_\mu' \equiv \hat{A}_\mu$$
$$\hat{\mathcal{L}}_I \to \hat{\mathcal{L}}_I' = \hat{\mathcal{L}}_I \quad !$$

Die Symmetrie funktioniert, weil es an jedem einzigen Vertex zwei Fermionen gibt; $\hat{\bar{\Psi}}, \hat{\Psi}$. Graphisch: 

Das heißt, die Anzahl Fermionlinien bleibt immer erhalten!

Innerhalb der QCD gibt es viele solche Symmetrien! Zum Beispiel:

<u>Seltsamkeit</u> ["Kontinuierliche innere Symmetrie"]

Die Lagrange-Dichte der QCD ist invariant unter $\hat{s} \to e^{i\alpha}\hat{s}$, $\hat{\bar{s}} \to e^{-i\alpha}\hat{\bar{s}}$.
Darum bleibt Seltsamkeit erhalten. Das heißt, Mesonen wie $K^+ = u\bar{s}$, $K^- = s\bar{u}$ können durch starke Wechselwirkungen <u>nicht zerfallen</u>!
Dasselbe gilt auch für "<u>Charmness</u>", usw. (NB. $J/\psi = c\bar{c}$ kann zerfallen!)

<u>Isospin</u>

Wie Seltsamkeit, könnte man auch "Upness" und "Downess" definieren.
Die sind wieder exakte Symmetrien der QCD. Es gibt jedoch eine <u>größere Symmetrie</u>, unter Umständen wo man <u>elektromagnetische Effekte</u> und die <u>Massendifferenz</u> der u- und d-Quarks vernachläßigen kann.
Diese nennen wir die <u>Isospin-Symmetrie</u>:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}}_{\text{Spaltenvektor}} \longrightarrow \begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix} = \underbrace{R}_{\text{Matrix}} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

Um $\hat{\mathcal{L}}_I$ invariant zu halten, muß R unitär sein. Wegen einiger Komplikationen der zweiten Quantisierung, muß auch $\operatorname{Det} R = +1$ gelten.
Wir sagen, "<u>die Symmetriegruppe ist Flavor – SU(2)</u>".

Was für Konsequenzen hat diese Aussage?

(i) Isospin-Transformationen vertauschen mit dem Hamilton-Operator
$\Rightarrow$ Diese Operatoren haben gleichzeitige Eigenzustände
$\Rightarrow$ Teilchen (= Eigenzustände der $\hat{H}$) können durch I, I_z klassifiziert werden, wie Drehungen durch J, J_z!

Zum Beispiel:

$$u \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \equiv |\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\rangle \equiv \bar{d}$$
$$d \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \equiv |\tfrac{1}{2}\,{-\tfrac{1}{2}}\rangle \equiv \bar{u}$$
$$\pi^+ \equiv |1\,1\rangle = |\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\rangle$$
$$\pi^0 \equiv |1\,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[|\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\rangle|\tfrac{1}{2}\,{-\tfrac{1}{2}}\rangle + |\tfrac{1}{2}\,{-\tfrac{1}{2}}\rangle|\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\rangle\right]$$
$$\pi^- \equiv |1\,{-1}\rangle = |\tfrac{1}{2}\,{-\tfrac{1}{2}}\rangle|\tfrac{1}{2}\,{-\tfrac{1}{2}}\rangle$$

Diese sollten alle <u>dieselbe Masse</u> haben.

(ii) Isospin bleibt in Zerfällen erhalten, und die Amplitude einer Streuung ist durch das I des Streuzustandes bestimmt.
(vgl. Übungen)

Parität ["Diskrete Raumzeitsymmetrie"]

Wir haben schon auf S. 10 gesehen, daß "Raumspiegelung", $x^\mu \to x^{\mu\prime} = \Lambda_{P\nu}^{\mu} x^\nu$, mit

$$\Lambda_P = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}$$

, ein Teil der "Lorentzgruppe" ist. Man würde vermuten, daß diese Transformationen wieder mit $\hat{H}$ vertauschen, so daß physikalische Teilchen als Eigenzustände gewählt werden können. Für QCD und QED ist dies in der Tat der Fall.

Wenn Raumspiegelung auf einen Teilchenzustand wirkt, bezeichnen wir den Operator als $\hat{P}$. Wegen $\hat{P}^2 = \mathbb{1}$ sind die Eigenwerte $P = \pm 1$.

Wenn ein Objekt in eigentlichen Lorentztransformationen invariant bleibt, nennen wir es einen Skalar; wenn es wie x^μ transformiert, einen Vektor. Kombiniert man mit $\hat{P}$, bekommt man:

Skalar:	$\hat{P} s = +s$	
Pseudoskalar:	$\hat{P} p = -p$	(z.B. $p = \vec{v}\cdot\vec{a}$)
Vektor:	$\hat{P}\vec{v} = -\vec{v}$	(z.B. $\vec{v} = d\vec{x}/dt$)
Axialer Vektor:	$\hat{P}\vec{a} = +\vec{a}$.	(z.B. $\vec{a} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2$)

Die wichtigsten $J=0$ Mesonen (π, K, η, η') sind Pseudoskalaren. [Wir sagen, daß sie das "Pseudoskalarnonett" bilden.] Warum?

Betrachten wir $\hat{P}$ im zweidimensionalen Raum des Teilchens und Antiteilchens. Weil beide Eigenzustände von $\hat{P}$ sind, ist $\hat{P}$ diagonalisiert $\Rightarrow$

$$\hat{P} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Also hat ein Teilchen-Antiteilchenzustand die Gesamtparität $(1)\times(-1) = -1$.
[Für angeregte Zustände gibt es einen weiteren Faktor $(-1)^\ell$, worin ℓ der Bahndrehimpuls ist.]

Im Allgemeinen ist es meistens genug, folgendes sich zu erinnern:

* Die Bewegungsrichtung ist ein Vektor $\left(\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}\right)$.
* Der Spinvektor ist ein axialer Vektor $(\vec{L} = \vec{x}\times\vec{p})$.
* Helizitäts/Polarisationszustand ist die Projektion des Spinvektors auf die Bewegungsrichtung, d.h. ein Pseudoskalar.

Ladungskonjugation

Ladungskonjugation $\hat{C}$ konvertiert jedes Teilchen in sein Antiteilchen. Im zweidimensionalen Raum des Teilchens und Antiteilchens gilt also

$$\hat{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} .$$

Wieder ist $\hat{C}^2 = \mathbb{1}$, und $\hat{C}$ vertauscht mit den Hamilton-Operatoren der QCD und QED; wir haben allerdings (definitionsgemäß) die Teilchen / Antiteilchenzustände nicht als Eigenzustände gewählt!

Wenn allerdings ein Teilchen sein eigenes Antiteilchen ist, dann haben wir wieder einen Eigenzustand, mit den Eigenwerten $C = \pm 1$. Zum Beispiel: π^0 hat $C = +1$, das Photon hat $C = -1$; die Reaktion $\pi^0 \to \gamma + \gamma$ ist erlaubt, $\pi^0 \to \gamma + \gamma + \gamma$ nicht.

Kombinierte diskrete Symmetrien

- (Wenn man $\hat{C}$ mit einer bestimmten Isospin-Drehung zusammensetzt, bekommt man eine neue Symmetrie, "G-Parität". Ihre Anwendungen sind aber eher begrenzt.)

- Sehr wichtig (wie wir später sehen werden) ist dagegen $\hat{C}\hat{P}$. $\hat{C}\hat{P}$ führt ein Teilchen mit einer bestimmten Helizität / Polarisation in ein Antiteilchen mit dem entgegengesetzten Wert über.

- Wie wir schon auf S. 10 sahen, kann man auch eine Zeitumkehr ($\Lambda_T = \begin{pmatrix} -1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix}$) definieren. Der entsprechende Operator heißt $\hat{T}$. Allerdings ist $\hat{T}$ nicht unabhängig von $\hat{C}\hat{P}$: es kann gezeigt werden [W. Pauli 1955], daß jede lorentzinvariante Quantenfeldtheorie $\hat{C}\hat{P}\hat{T}$ - symmetrisch sein muß.

(Eine Konsequenz der $\hat{C}\hat{P}\hat{T}$-Symmetrie ist, daß ein Teilchen und ein Antiteilchen genau dieselbe Masse und Lebensdauer haben müßen. Dies ist es auch in allen Experimenten beobachtet worden.)