Theoretische Physik II	**Übungsblatt Nr. 12**	22.06.2006

[Di 04.07., 08:30, D6-135 / Mi 05.07., 12:15, D6-135 / Do 06.07., 14:15, C01-243]

Aufgabe 1: Sei $a \equiv 4\pi\epsilon_0\hbar^2/\mu e^2$ die genaue Version des Bohr-Radius (d.h. mit der reduzierten Masse statt Elektronmasse), und R_{nl} die Radialfunktion für den Zustand mit Hauptquantenzahl n und Bahndrehimpuls l. Ausgehend von den Formeln aus der Vorlesung, bestimmen Sie die normierten Radialfunktionen R_{10}, R_{20}, R_{21}.

[Antwort: $R_{10} = 2(Z/a)^{3/2}\exp(-Zr/a)$, $R_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}}(Z/a)^{3/2}(1-Zr/2a)\exp(-Zr/2a)$, $R_{21} = \frac{1}{2\sqrt{6}}(Z/a)^{5/2} r \exp(-Zr/2a)$.]

Aufgabe 2:

(a) Zeigen Sie, daß der Bohr-Radius den wahrscheinlichsten Wert des Elektron-Proton-Abstandes im Grundzustand darstellt, d.h. daß $r^2R_{10}^2$ für $r = a$ maximal wird.

(b) Bestimmen Sie den minimalen Wert des effektiven Potentials

$$V_{\text{eff}} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} \; ,$$

und vergleichen Sie das Ergebnis mit den bekannten Energie-Eigenwerten des Wasserstoffatoms, E_n. Wie ist die Beziehung $n > l$ in dieser Hinsicht "verständlich"?

Aufgabe 3: Berechnen Sie den Energie-Eigenwert für den Grundzustand des dreidimensionalen harmonischen Oszillators, d.h. E_0 für das Potential $V(r) = \frac{1}{2}\mu\,\omega^2 r^2$.

Aufgabe 4: Zeigen Sie, daß ein Coulomb-Potential zum sogenannten Virialtheorem führt, d.h.

$$\langle \hat{T} \rangle = -\frac{1}{2}\langle V(\hat{\vec{r}})\rangle \; ,$$

wobei $\hat{T} = \hat{\vec{p}}^{\,2}/2\mu$ der Operator für die kinetische Energie ist. Hinweis: Im Energie-Eigenzustand sind Erwartungswerte wie $\langle \hat{\vec{r}}\cdot\hat{\vec{p}}\rangle$ zeitunabhängig. Benutzen Sie das Ehrenfestsche Theorem (Aufgabe 6.3) um diesen Sachverhalt auszudrücken und berechnen Sie den auftauchenden Kommutator.

Die Vorlesung am 29.06.2006 wird von einem "Gastdozenten", Dr. York Schröder, gehalten. Eine rege Anwesenheit ist erwünscht!