

[Di 27.06., 08:30, D6-135 / Mi 28.06., 12:15, D6-135 / Do 29.06., 14:15, C01-243]

Aufgabe 1: Gegeben sei der Hamilton-Operator (mit konstanten I_i)

$$\hat{H} = \frac{\hat{L}_1^2}{2I_1} + \frac{\hat{L}_2^2}{2I_2} + \frac{\hat{L}_3^2}{2I_3}.$$

Der Operator \hat{H} beschreibt die Bewegung eines freien starren Körpers mit den Hauptträgheitsmomenten I_i . Unter welchen Umständen ist $\langle \hat{L}_1 \rangle$ zeitunabhängig?

Aufgabe 2: Der Hamilton-Operator eines Systems aus zwei Spin-1-Teilchen sei

$$\hat{H} = A + B \vec{\hat{S}} \cdot \vec{\hat{S}}' + C (\hat{S}_3 + \hat{S}_3'),$$

wobei A, B, C Konstanten sind. Finden Sie die (Energie-)Eigenwerte des Systems. Gibt es Entartung? Hinweis: Bestimmen Sie zuerst die Menge von Operatoren, die mit \hat{H} vertauschen.

Aufgabe 3: Die u - und d -Quarks haben (insofern elektromagnetische Phänomene vernachlässigt werden können) fast dieselben Eigenschaften. Diese Tatsache führt zu einer (näherungsweisen) $SU(2)$ -Invarianz, welche als Isospin-Symmetrie bezeichnet wird. Wir können u und d als die Zustände $|1/2, 1/2\rangle, |1/2, -1/2\rangle$ identifizieren und die Antiquarks \bar{u}, \bar{d} als $-|1/2, -1/2\rangle, |1/2, 1/2\rangle$. Die Pionen bestehen aus je einem Quark sowie Antiquark und besitzen die Isospinidentifikationen $\pi^+ = |1, 1\rangle, \pi^0 = |1, 0\rangle, \pi^- = |1, -1\rangle$.

(a) Schreiben Sie π^+, π^0, π^- als Linearkombinationen von $u\bar{u}, u\bar{d}, d\bar{u}, d\bar{d}$.

(b) Welchen Isospinwert hat der Zustand $(u\bar{u} + d\bar{d})$?

Aufgabe 4: Betrachten Sie nun Zustände mit zwei Pionen, d.h. $|\pi^+\pi^-\rangle, |\pi^-\pi^+\rangle, |\pi^0\pi^0\rangle, |\pi^+\pi^0\rangle$ und $|\pi^0\pi^+\rangle$. Schreiben Sie diese Zustände als Linearkombinationen der Zustände $|2, m\rangle, |1, m\rangle$ und $|0, 0\rangle$. Hinweis: Sie können die Tabelle der Clebsch-Gordan-Koeffizienten verwenden.