Theoretische Physik II	**Übungsblatt Nr. 2**	13.04.2006

[Di 25.04., 08:30, D6-135 / Mi 26.04., 12:15, D6-135 / Do 27.04., 14:15, C01-243]

Aufgabe 1: Durch zwei kleine kreisförmige Öffnungen (an den Orten $\vec{r}_i$, $i = 1, 2$) soll eine "Materiewelle" auf den im Abstand a befindlichen Schirm fallen. Der Abstand d der Öffnungen voneinander sei klein verglichen mit a ($d \ll a$). Unter der Annahme, daß von jeder der Öffnungen eine Wellenfunktion der Form

$$\psi_i(\vec{r}, t) = N \, \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_i|-i\omega t}}{|\vec{r}-\vec{r}_i|}$$

ausgeht, berechnen Sie $\rho = |\psi_1 + \psi_2|^2$ entlang der Achse auf dem Schirm, die parallel zur Verbindungslinie der Öffnungen liegt.

Aufgabe 2: Ein eindimensionales System befindet sich in einem normierbaren stationären Zustand, mit der Wellenfunktion

$$\psi(x) = Ne^{\frac{ip_0 x}{\hbar}} \varphi(x) \; ,$$

mit $\varphi(x) \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, daß der Erwartungswert des Impulses gleich p_0 ist.

Aufgabe 3: Ein eindimensionales System besitzt eine Wellenfunktion der Form

$$\psi(x) = \frac{N}{x^2 + a^2} \; , \quad a \in \mathbb{R} \; .$$

(a) Bestimmen Sie die Normierungskonstante N.

(b) Wie lautet die Wellenfunktion in Impulsraum, $\tilde{\psi}(k)$?

(c) Berechnen Sie $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$, $\langle p \rangle$, $\langle p^2 \rangle$.

Aufgabe 4: Seien $\phi(k)$ die Fourier-Komponente eines eindimensionalen gaußschen Wellenpaketes,

$$\phi(k) \equiv Ne^{-a^2(k-k_0)^2 - ikx_0} \; .$$

Bestimmen Sie die Wellenfunktion

$$\psi(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{d}k}{2\pi} \, \phi(k) e^{ikx - i\hbar k^2 t/2m} \; ,$$

und zeigen Sie, daß diese die freie Schrödinger-Gleichung erfüllt.