

Theorie II / Quantenmechanik I

(Prof. Mikko Laine, E6-119)

Organisatorisch

- * Vorlesungen Di 10-12 (H6) , Do 10-12 (H5)
- * Übungen
 - Di 8.30 - 10 (D6-135)
 - Mi 12 - 14 (D6-135)
 - Do 14 - 16 (C01-243)
- * Übungsschein: man muß in der Lage sein, 50% der Aufgaben auf der Tafel zu präsentieren.[†]
- * Klausur: letzte Semesterwoche 13.7.2006
 - + Nachholmöglichkeit (Schwieriger!) Anfang Oktober 2006
- * Literatur: Semesterapparat
 - + G. Münster, Quantentheorie (de Gruyter, 2006)
- * Webseite: www.physik.uni-bielefeld.de/~laine/quanten/
 - ⇒ Zeitplan, Vorlesungsskript, Übungsblätter, ...
- * Fragen (sowohl sprachlich als auch physikalisch) sind immer willkommen!

[†] Die Lösung der Übungen verlangt manchmal eine Studie von Büchern des Semesterapparats, neben dem Vorlesungsskript.

1. Wellenmechanik

1.1 Einführung

M. Planck 1900 : die experimentell bekannte Form der schwarzen Wärmestrahlung kann erklärt werden, falls Lichtstrahlung nur quantisiert emittiert und absorbiert wird. Die Energie E und Frequenz ω der Quanten erfüllen

$$E = h\omega \quad , \quad h = \text{Plancksche Konstante.}$$

A. Einstein 1905 : der experimentell bekannte photoelektrische Effekt kann erklärt werden, falls Licht selbst quantisiert ist, d.h. aus "Teilchen" besteht (Photonen).

N. Bohr 1913 : die experimentell bekannten Eigenschaften des Wasserstoffatomspektrums können auch durch eine bestimmte Quantisierung erklärt werden.

L. de Broglie 1924 : eine rein theoretische "Vorhersage" in die umgekehrte Richtung : Teilchen haben Welleneigenschaften !

$$E = h\omega = \hbar\omega \quad ; \quad \hbar \equiv \frac{h}{2\pi}$$

Energie $\uparrow$ $\uparrow$ Kreisfrequenz

$$p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$$

Impuls $\uparrow$ $\uparrow$ Wellenzahl
Wellenlänge

E. Schrödinger 1926 : Wellengleichung für Teilchenwellenfunktion Ψ .

M. Born 1926 : Wahrscheinlichkeitsinterpretation für Ψ .

W. Heisenberg 1927 : Unschärfe - bzw. Unbestimmtheitsrelation für Teilchen mit Welleneigenschaften.

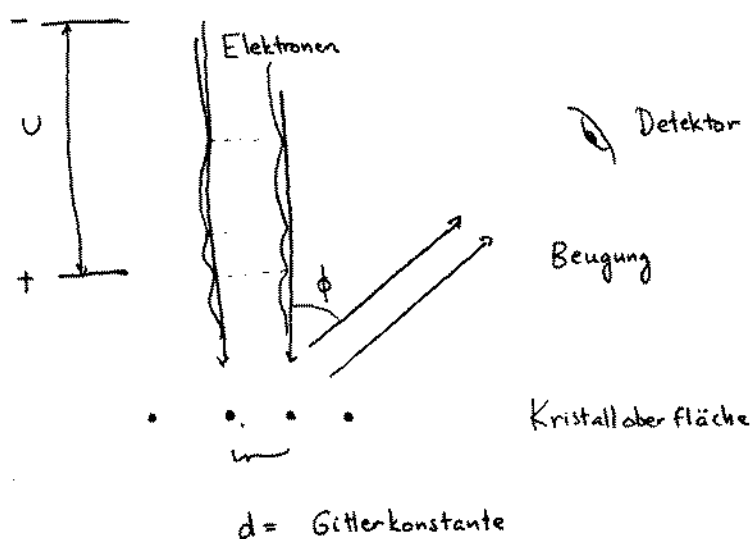
P. Jordan, W. Pauli, P.A.M. Dirac, ...

Betrachten wir z.B. Elektronen, die durch eine Spannung U beschleunigt worden sind:

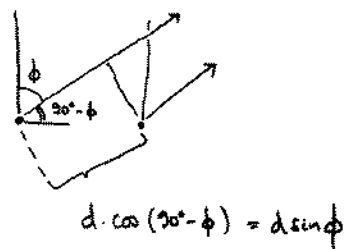
$$E = \frac{p^2}{2m_e} = eU$$

$$p = \sqrt{2m_e e U} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e e U}}$$

Experimentelle Verifizierung der de Broglie-Hypothese [Davisson, Germer 1927]



Der Unterschied in Wegstrecken:



Wie erwarten ein Maximum in der Intensität, falls eine konstruktive Interferenz möglich ist

$$\Rightarrow d \sin \phi = n \cdot \lambda, \quad n = 1, 2, \dots$$

Dies wurde in der Tat beobachtet!

$\Rightarrow$ Nobel-Preis für de Broglie 1929.

Mathematisch funktioniert Quantenmechanik also mit Wellen, wie Hydrodynamik oder klassische Elektrodynamik, aber die Kreisfrequenz ω und Wellenzahl k

An einem bestimmten Ort: $\phi(t) = \phi_0 \sin(\omega t + \alpha)$.

An einem bestimmten Zeitpunkt: $\phi(x) = \phi_0 \sin(kx + \beta)$.

können auch als die Energie $E = \hbar\omega$ und der Impuls $p = \hbar k$ eines Teilchens interpretiert werden: "Welle-Teilchen-Dualismus".



Ebene Welle



Wellenpaket

- * Eine Welle hat keinen bestimmten Ortsvektor x .
Aber sie könnte einen Mittelwert $\langle x \rangle(t)$ besitzen.
- * Eine allgemeine Welle ist eine Linearkombination ebener Wellen. Damit hat sie keinen bestimmten Wellenvektor k bzw. Impulsvektor $p = \hbar k$. Aber sie könnte einen Mittelwert $\langle p \rangle(t)$ besitzen.
- * Dispersionsrelation für eine ebene Welle: $\omega = f(k)$
 $\Leftrightarrow$
Energie-Impuls-Beziehung für Teilchen: $E = g(p)$, z.B. $E = \frac{p^2}{2m}$
oder $E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$
- * Gruppengeschwindigkeit:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp} \quad ; \quad E = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow v_g = \frac{p}{m} \quad !$$
- * Eine Welle kann auch aus mehreren reellen Funktionen $(\vec{E}, \vec{B})$ bzw. einer komplexen Funktionen bestehen.